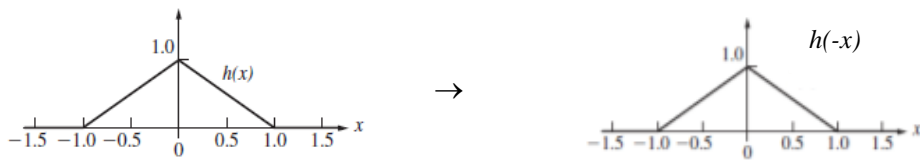


เฉลยการบ้านครั้งที่ 13

11.20 โดยอาศัยนิยามของ convolution เราสามารถตอบคำถามได้ดังนี้

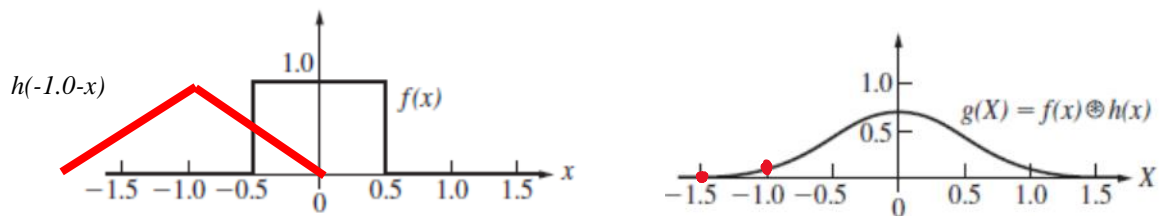
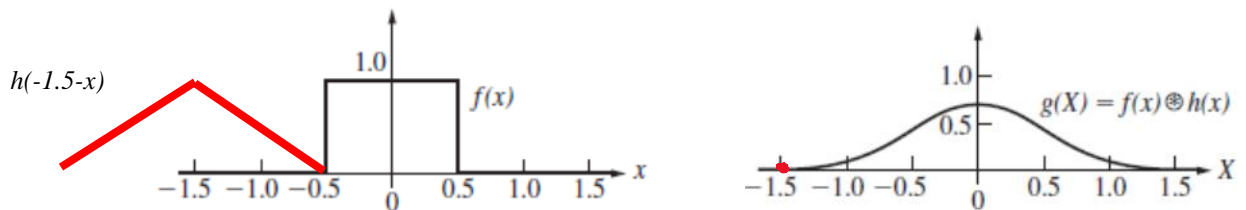
จาก Convolution  $g(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) h(X-x) dx$  โดยที่  $f(x)$  เป็น square signal ในขณะที่  $h(x)$  เป็น triangular signal

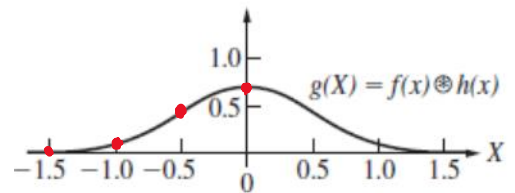
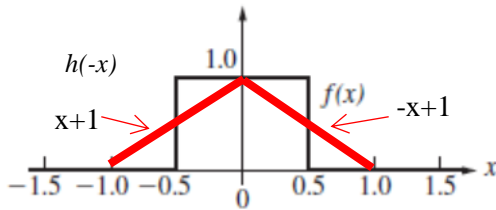
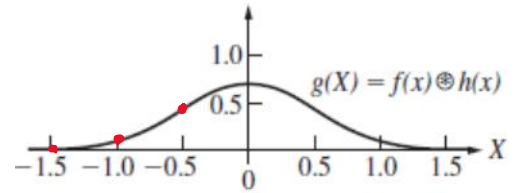
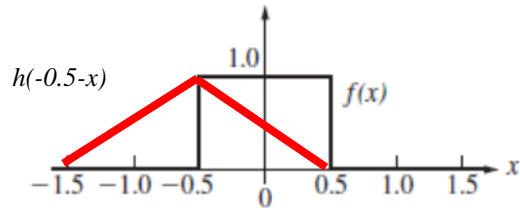
เราจะหา  $g(X)$  ได้จากขั้นตอนต่าง ๆ ตามที่เรียน เริ่มจาก หา reverse function  $h(-x)$  ซึ่งจะได้รูปเดิม เนื่องจาก triangular  $h(x)$  มี symmetry รอบแกน  $y$



หรืออาจเขียน reversed function ในรูปทั่วไปได้เป็น  $h(X-x)$  โดย  $X$  เป็น dummy variable สำหรับ  $g(X)$

ขั้นตอนต่อไปคือเลือกค่า  $X$  ที่เหมาะสมเพื่อจะเริ่มต้น slide ผ่าน  $f(x)$  ดังรูป



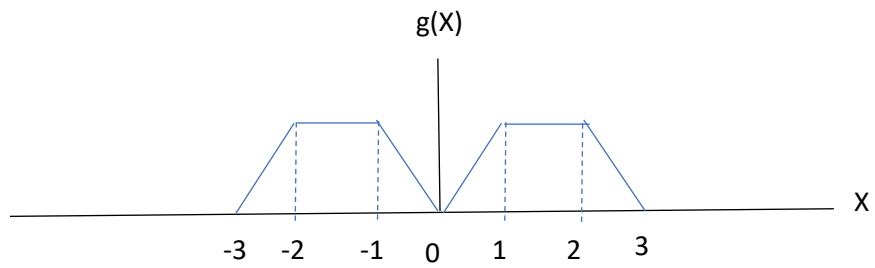


เนื่องจาก  $f(x)$  มีค่า เป็น 1 ในช่วง  $-0.5 \rightarrow 0.5$  ดังนั้นตามตามนิยามของ convolution จึงเหมือนเราหาพื้นที่ใต้กราฟของ  $h(x-x)$  ในช่วงดังกล่าว ซึ่งจากแนวคิดนี้ทำให้เราหาค่า peak ของ  $g(X)$  @  $X = 0$  ได้เป็น

$$g(X) = \int_{-0.5}^{0.5} h(-x) dx = \int_{-0.5}^0 (x+1) dx + \int_0^{0.5} (-x+1) dx = 0.75$$

ด้วยเหตุที่ทั้ง  $h(x)$  และ  $f(x)$  ต่างมี symmetry ส่งผลให้ convolution  $g(X) = f(x) \otimes h(x)$  มี symmetry ด้วย นอกจากนี้สังเกตว่าความกว้างของฐาน  $g(X)$  เท่ากับความกว้างของฐาน  $f(x)$  รวมกับ  $h(x)$  #

11.26 โดยอาศัย graphical method เราพบว่า convolution  $g(X)$  เขียนได้เป็น



-จากรูปพบว่าความกว้างของ convolution เท่ากับผลรวมของความกว้าง  $f(x)$  กับ  $h(x)$

-convolution มีความสมมาตรเนื่องจาก  $f(x)$  และ  $h(x)$  มีความสมมาตร

-ตำแหน่งเริ่มต้นของ convolution คือ  $X = -3$  #